Révisions - séance 6

1)eml 2019 $\mathbf{f(x) = x + \frac{1}{x}}$ sur $]0,+\infty[$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots = \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$ *(on met au même dénominateur)*
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x} = \cdots\cdots$ *Par somme,* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} x = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{x} = \cdots\cdots$*Par somme,* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	

2)eml 2018 $\mathbf{f(x) = x - \ln x}$ *sur* $]0,+\infty[$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots = \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$ *(on met au même dénominateur)*
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = \cdots\cdots$ *Par différence,* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} x = \cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln x = \cdots\cdots$ *Par différence,* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

Quand $x \to +\infty$*, on transforme donc l'expression de* $f(x)$ *en factorisant :*

$f(x) = x\left(\cdots\cdots - \dfrac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}\right)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \cdots\cdots$ *(croiss. comp.) donc* $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\cdots\cdots - \dfrac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}\right) = \cdots\cdots$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x = \cdots\cdots$

Par produit, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	

3)ecricome 2015 $\mathbf{f(x) = xe^{-x}}$ *sur* $]0,+\infty[$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots(\cdots\cdots\cdots - \cdots\cdots\cdots)$ *(on factorise)*
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{-x} = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} x = \cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} e^{-x} = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

Quand $x \to +\infty$*, on transforme donc l'expression de* $f(x)$ *en écrivant :*

$f(x) = \dfrac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$ *, on conclut par croissances comparées :* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	0 $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	

4)eml 2012 $\mathbf{f(x) = x\ln x}$ *sur* $]0,+\infty[$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$
- $f'(x) \geq 0 \iff \cdots\cdots\cdots\cdots \geq 0 \iff \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \iff \cdots\cdots\cdots\cdots$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$

Cependant, par croissances comparées, on a : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$

- $\lim\limits_{x\to +\infty} x = \cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln x = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	0 $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	

5)eml 2016 $\mathbf{f(x) = x^2 - x\ln x}$ *sur* $]0,+\infty[$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$
- $f''(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$ *(on met au même dénominateur)*
- $f''(x) \geq 0 \iff \cdots\cdots\cdots\cdots \geq 0 \iff \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \iff \cdots\cdots\cdots\cdots$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2 = \cdots\cdots$ *et par croissances comparées,* $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x = \cdots\cdots$

Par différence, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \cdots\cdots$

- $\lim\limits_{x\to +\infty} x^2 = \cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} x\ln x = \cdots$ *Par différence,* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

Quand $x \to +\infty$, *on transforme donc l'expression de* $f(x)$ *en factorisant :*

$f(x) = x^2\left(\cdots\cdots - \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}\right) = x^2\left(\cdots\cdots - \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}\right)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots} = \cdots\cdots$ *donc* $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\cdots\cdots - \dfrac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}\right) = \cdots\cdots$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x^2 = \cdots\cdots$

Par produit, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f''(x)$	
variations de $f'(x)$	
signe de $f'(x)$	
variations de $f(x)$	

6)eml 2015 $\mathbf{f(x) = x^2e^x - 1}$ *sur* $\mathbf{R}$.

- $f'(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots\cdots(\cdots\cdots + \cdots\cdots)$ *(on factorise)*

- $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^x = \cdots\cdots$

Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \cdots\cdots$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = \cdots\cdots$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = \cdots\cdots$ *Par produit,* $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x = \cdots\cdots$

Cependant, par croissances comparées, on a : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x = \cdots\cdots$

Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \cdots\cdots$

x	$-\infty$ $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	

7)ecricome 2016 $\mathbf{f(x) = \dfrac{1}{(1+x)^2}}$ *sur* $]-1, +\infty[$.

- $f'(x) = \left((1+x)^{-2}\right)' = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} (1+x)^2 = \cdots\cdots$ *Par inverse,* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \cdots\cdots$

- $\lim\limits_{x\to-1^+} (1+x)^2 = \cdots\cdots$ *Par inverse,* $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = \cdots\cdots$

x	-1 $+\infty$
$f'(x)$	
$f(x)$	