

## RAPPORT SUR L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2023

---

### 1/ Présentation du sujet

Le sujet était composé de trois exercices indépendants. Le premier exercice avait pour but l'étude de plusieurs fonctions et suites. Le second exercice était destiné à la résolution de deux systèmes différentiels, et abordait des notions d'algèbre linéaire utiles à la résolution de ces systèmes. Le troisième exercice proposait une étude élémentaire de la notion d'entropie en probabilité à l'aide d'exemples comportant des variables aléatoires discrètes et à densité usuelles.

L'objectif du sujet était d'évaluer les candidates et candidats sur une vaste partie du programme de mathématiques appliquées. Le choix de trois exercices a pour but de permettre aux candidates et candidats d'aborder le sujet par les thèmes du programme de leurs choix. Le sujet était d'une longueur raisonnable qui permettait d'aborder une très grande majorité des questions posées.

Pour cette première année, les questions concernant l'informatique ont été volontairement limitées.

### 2/ Distribution des notes et répartition des points alloués

#### • Distribution des notes

Il y a eu 3 637 copies corrigées.

Le tableau suivant précise les caractéristiques statistiques principales des notes finales (après péréquation) de l'épreuve :

Moyenne	10,6
Écart type	5,4
Premier quartile	6,2
Médiane	10,6
Troisième quartile	15,5

La répartition plus détaillée des notes finales est donnée par l'histogramme figure 1.

#### • Répartition des points alloués

Les différentes parties du sujet ont contribué de la manière suivante à la note globale.

Exercice 1	32,9%
Exercice 2	30,5%
Exercice 3	32,9%
Présentation	3,7%

Les points de présentation étaient répartis équitablement de la manière suivante :

- orthographe et lisibilité;
- présentation générale, qui prenait en compte notamment la mise en valeur des réponses.

Les candidates et candidats ont obtenu en moyenne 58% des points alloués au premier item et 45% des points alloués au second.

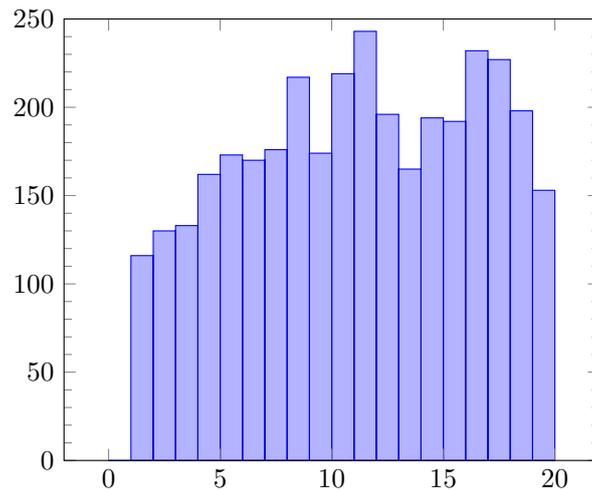


FIGURE 1 – Distribution des notes

### 3/ Commentaires généraux

Rappelons que la qualité des raisonnements et la précision de la rédaction entrent dans une part importante de l'évaluation. Ainsi, les candidates et candidats doivent également prendre soin de définir les objets et les notations utilisés lors de leurs raisonnements. Lorsqu'un candidat ou une candidate utilise un résultat du cours, il ou elle se doit de citer et de vérifier toutes ses hypothèses.

Dans le cas de l'utilisation de résultats des questions précédentes, les candidates et candidats se doivent de l'indiquer, en citant les numéros des questions utilisées.

Enfin la présentation générale de la copie et l'orthographe contribuent aussi à l'évaluation.

### 4/ Commentaires par exercices

#### Exercice 1

1. a) Oubli fréquent de la justification de la dérivabilité (dénominateur non nul).  
b) Les candidates et candidats oublient souvent de montrer que la suite est correctement définie et l'hypothèse de récurrence n'est pas celle demandée par l'énoncé.
2. a) On retrouve souvent  $n=n+1$  dans la boucle, ainsi que  $u < a$ .  
b) Une erreur d'énoncé à cette question, que de très rares copies ont signalé.  
c) Il y a souvent eu l'utilisation d'une boucle `while`, ou d'un  $n=n+1$  dans la boucle `for`.
3. a) Question souvent bien faite.  
b) Le théorème de la bijection est souvent appliqué à la fonction  $f$ .  
c) Quelques tentatives « d'arnaque ».
4. a) Question souvent mieux traitée que la question 3b.  
b) Question bien peu traitée correctement.  
c) Les candidates et candidats qui ont traité correctement cette question pensent très peu à utiliser la monotonie de la suite  $(u_{2n})$ .
5. a) Très peu de candidats écrivent la fonction  $h$  à l'aide des fonctions  $f$  ou  $g$ .  
b) La continuité de  $h$  est souvent mal faite.  
c) Très peu traité ou faux.  
d) Très peu traité ou faux.
6. Question peu abordée et avec des réponses sans justification.

## Exercice 2

Cet exercice a été assez bien traité dans l'ensemble, mis à part la question 9, très peu abordée.

### Partie I - Réduction de la matrice $A$

1. a) Question bien traitée de manière générale.  
b) Question souvent traitée en même temps que la question suivante.  
c) Des justifications confuses et pas de réponse claire à la question posée.  
d) L'immense majorité des étudiantes et étudiants a utilisé la dimension pour répondre à la question, ce qui peut être considéré comme limite vis-à-vis du programme, mais qui est acceptable.
2. a) Il y a des confusions entre sous-espace propre et base de sous-espace propre.  
b) La relation  $AU = 4U$  est très souvent vue. . .
3. Le fait que la matrice  $A$  est diagonalisable est peu mentionné.

### Partie II - Un système différentiel

Cette partie a souvent été entièrement non traitée, alors qu'il s'agit d'une application directe du cours.

4. Des problèmes avec le statut des solutions : de quel objet mathématique s'agit-il ?
5. b) La réponse après calcul a parfois été la solution nulle. . .

### Partie III - Un second système différentiel

De manière générale cette partie a assez bien été traitée, sauf la question 9 où il y a très peu de réponses.

6. Des erreurs sur l'unique valeur propre de la matrice  $B$ .
7. Le raisonnement par l'absurde est souvent bien utilisé.
8. a) Question très bien traitée en général.  
b) Quelques erreurs étonnantes dans cette question, notamment des confusions entre  $T$  et  $Q$ .

## Exercice 3

Exercice moins abordé dans son ensemble que les deux exercices précédents.

### Partie I - Préliminaire

1. a) Dans un certain nombre de copies, seule la continuité en 0 est démontrée.  
b) Question bien traitée dans l'ensemble.  
c) Question très mal rédigée en général.
2. Le calcul de la dérivée est très souvent faux. Les problèmes en 0 et 1 ne sont trop souvent pas vus.

### Partie II - Des variables aléatoires discrètes

La définition de l'entropie dans le cas discret est souvent non comprise.

3. Le résultat est très souvent non simplifié.
4. Des tentatives « d'arnaque » à cette question.
5. Question assez bien traitée dans l'ensemble.
6. a) L'indépendance n'est presque jamais mentionnée.  
b) Question peu traitée.  
c) Question très souvent fautive.

### Partie III - Des variables à densité

7. Des confusions dans cette question entre la fonction de répartition et une densité de la loi uniforme.
- a) L'existence est souvent justifiée par le calcul de l'intégrale, sans référence à la convergence absolue.
  - b) Résultat souvent non simplifié.
8. a) Question souvent traitée. Quelques copies font le calcul explicite de l'intégrale après avoir justifié de sa convergence.
- b) Un certain nombre d'erreurs du style  $\int_0^{+\infty} \dots = \int_0^A \dots$
9. a) Question souvent traitée.
- b) Question très peu traitée.

### Lisibilité, orthographe et présentation

- **Lisibilité et orthographe.** Sur l'ensemble des copies, c'est relativement correct.
- **Présentation générale.** Trop de copies manquant de soins dans la présentation générale. Beaucoup de copies avec des traits faits à main levée sans soins (tableaux de variations, encadrement...).