

## RAPPORT

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et / ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un pré-requis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Avec une moyenne de 10 et un écart-type de 5,6, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

## COMMENTAIRES PARTICULIERS

### EXERCICE 1

1. Bien traitée par l'immense majorité des candidats.
2. La définition de l'image d'un endomorphisme est mal comprise par une large part des candidats. Beaucoup de candidat se ramènent à l'équation  $b(x) = x$  (valable si  $b$  est un projecteur ce qui n'est pas le cas ici) ou  $b(x) = 0$  (confusion avec la recherche du noyau). Lorsque la question est correctement abordée, il y a généralement l'oubli récurrent de l'inclusion réciproque (ou de l'égalité des dimensions) pour prouver l'égalité de deux ensembles.
3. Un certain nombre de candidats vérifient seulement que les vecteurs colonnes de la matrice  $P$  sont des vecteurs propres : il fallait encore justifier correctement que ces vecteurs forment une famille libre maximale et donc une base. Peu d'étudiants notent au passage que  $A$  est diagonalisable.

4. Généralement, le calcul de  $D$  et  $B'$  est fait via les images par  $a$  et  $b$  des vecteurs propres de la base.
5. Attention à bien justifier dans la phase d'hérédité que  $A = PDP^{-1}$ , si on ne l'a pas fait auparavant.

## EXERCICE 2

**Partie I.** Beaucoup de candidats partent d'un DL d'ordre 2 sur l'exponentielle ce qui est insuffisant compte tenu du quotient par  $x$ . Ils ne pensent pas ensuite à effectuer les modifications nécessaires pour donner le DL à l'ordre 2 de  $f$ .  
 Le reste de la partie est souvent bien traité.

### Partie II.

1. Elle est souvent abordée par une récurrence ou une intégration par parties. Cette dernière méthode qui ramène à un problème de positivité d'une nouvelle intégrale qui n'est pas bien traitée en général.
2. L'existence de l'intégrale est souvent correctement traitée, il suffisait d'invoquer la continuité de la fonction considérée sur le segment  $[0, 1]$ .
3. Question correctement traitée lorsqu'elle est abordée.
4. Lorsque l'équivalent est deviné, peu de copies fournissent une justification correcte.

## EXERCICE 3

1. Il y a très peu de réponses correctes en raison de fréquentes difficultés à dénombrer.
2. (a) Les candidats se contentent souvent d'une réponse en « français ». L'utilisation d'événements élémentaires et le théorème des probabilités composées sont rarement mentionnés.  
 (b) Elle est correctement réussie par les candidats.
3. (a) Le résultat correct est trop peu souvent obtenu.  
 (b) Question rarement traitée.  
 (c) Un nombre insuffisant de candidats utilise le principe de récurrence.
- d,e,f Lorsque les calculs sur les séries sont abordés, ils le sont généralement correctement.