

RAPPORT D'ÉPREUVE

Commentaires généraux

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et/ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un prérequis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Rappelons que les questions informatiques sont assez largement valorisées au sein du barème de l'épreuve et que, près des deux tiers des candidats y répondent de façon suffisamment satisfaisante.

Avec une moyenne de 10,99 et un écart-type de 5,75, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

Commentaires particuliers

Exercice 1

Cet exercice d'algèbre proposait ici la recherche de racines carrées à une matrice carrée réelle d'ordre 3. Séparé en trois parties indépendantes, il permettait aux candidats sérieux de montrer leurs connaissances en algèbre grâce aux questions de cours. La plupart des candidats a donc abordé cet exercice.

1. Bien traitée.
2. La question est souvent bien traitée par les candidats.
Certains candidats s'arrêtent à l'inclusion : $Sp(A) \subset \{1\}$.
3. On relève de nombreuses méthodes différentes pour l'inversibilité, dont beaucoup provoquant une perte de temps, ce qui est dommage car la réponse pouvait tenir en une ligne avec la question précédente.
La diagonalisabilité a peu souvent été traitée par le raisonnement par l'absurde, certains candidats ne sachant conclure qu'avec la dimension des sous-espaces propres.
4. Le caractère C^2 a été souvent montré de manière correcte.
Rappelons que, lorsqu'une fonction emploie une racine carrée ou un logarithme, et qu'on attend une dérivabilité ou un caractère C^2 , le correcteur attend explicitement l'appel d'une composition en précisant les bons intervalles.
5. Les étudiants ont souvent trouvé le bon coefficient, soit en appliquant Taylor-Young, soit en utilisant le développement limité connu.
6. Certains candidats développent : $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
7. Le démarrage est parfois difficile à cause des erreurs sur α . On attendait précisément que les élèves ne confondent pas 1 et I_3 en substituant dans le polynôme x par A .

8. (a) Cette question, qui cherchait à vérifier la bonne compréhension de la représentation matricielle d'un endomorphisme ou de vecteurs, a été bien faite par environ deux tiers des candidats. Certains candidats confondent l'écriture en lignes/colonnes, entre vecteurs/colonnes et environ un quart des candidats a utilisé T au lieu de M . Le bilan est donc assez négatif sur cette question.
- (b) Une proportion élevée de candidats faibles se perd autour de la notion de famille génératrice. Les candidats moyens et bons s'en sortent bien.
- (c) Les candidats ayant compris l'exercice ont parfois bluffé pour obtenir la première colonne, même avec des calculs faux dans la question 8(a).
- (d) La question a été bien traitée par une large majorité de candidats. On attendait simplement l'allusion à une formule de changement de base.
9. (a) Les candidats ayant traité la question le font plutôt bien.
- (b) Certains candidats sont maladroits dans leur résolution de système, et ont des difficultés à formuler une conclusion propre et concise.
10. Beaucoup voient l'idée attendue et trouvent les solutions, mais le raisonnement est souvent incorrect ou incomplet (ils n'arrivent pas à obtenir convenablement que ce sont les seules solutions)
11. Une proportion raisonnable de candidats traite convenablement la question.

Exercice 2

Cet exercice d'analyse avait pour but d'étudier les extrema d'une fonction de deux variables. La partie A, qui étudiait une fonction simple d'une variable, a été maltraitée par de nombreux candidats, révélant de nombreuses lacunes en analyse.

1. Très peu pensent à préciser que $a > 0$. Le reste est bien fait.
2. La dérivation de la fonction φ a été l'objet de fantaisies les plus diverses, laissant penser que l'étude des variations d'une fonction n'est pas maîtrisée par de nombreux candidats.
Beaucoup de candidats étudient l'équation $\varphi'(x) = 0$ pour étudier les variations, le signe étant alors « deviné ».
3. Beaucoup de candidats perdent un temps considérable à étudier $a < \sqrt{\frac{1}{e}} \Leftrightarrow \varphi(x_0) > 0$, s'empalent dans leurs calculs, finissent par mal rédiger l'application du théorème de la bijection.
4. Les candidats se perdent souvent dans des détails inutiles (qu'ils traitent mal, mélangeant les fonctions à une et deux variables)
5. La dérivée de $(xy)^a$ est souvent maltraitée, ce qui se répercute dans les questions suivantes.
6. Les candidats ayant obtenu correctement les dérivées partielles premières obtiennent assez naturellement le résultat proposé.
Certains candidats ayant des dérivées partielles fausses truquent leurs calculs pour parvenir tant bien que mal au résultat demandé. Ces tentatives vaines sont souvent grossières, repérées facilement par les correcteurs, et donne un a priori négatif sur les futures questions du candidat pour lequel l'honnêteté est remise en doute.
7. Certains candidats, même très bons, ne voient pas le lien entre la question 3 et la question 7. Mais parmi ceux n'ayant pas abordé la question 3, beaucoup ont pu démontrer la première partie de la question, ce qui montre une bonne lecture de l'exercice.
8. De même qu'à la question 5, les calculs étaient élémentaires mais les erreurs pouvaient se répercuter dans les questions suivantes.
9. Il est toujours du plus mauvais effet de voir des candidats tenter d'escroquer le correcteur, et parvenir à simplifier magiquement un résultat faux en le résultat qu'il est demandé de démontrer.

10. De très rares copies mentionnent que X_1 et X_2 sont non nuls pour affirmer que ce sont des vecteurs propres, ces copies ont alors été récompensées. Un nombre conséquent de candidats ne simplifient pas $-a^2 z_1^{2a-2} - a^2 z_1^{2a-2}$ ni même $-a^2 z_1^{2a-2} + a^2 z_1^{2a-2}$.
11. Peu de candidats ont le recul nécessaire pour l'étude de signe. Les candidats ayant au moins énoncé le théorème du cours et la conclusion en fonction du signe des valeurs propres (sans l'avoir forcément déterminé explicitement) ont été valorisés.

Exercice 3

L'exercice 3 avait pour objet d'étude une suite de variables aléatoires discrètes, pour en étudier la convergence en loi, donnant l'occasion de vérifier la bonne maîtrise du logiciel Scilab.

Partie A

1. Une moitié seulement des candidats a reconnu la loi uniforme, mais l'espérance était alors mal connue.
2. (a) Bien traité par de nombreux candidats, mais pas forcément argumenté.
(b) Bien traité par de nombreux candidats.
(c) Comme souvent, certains candidats bluffent, et proposent un raisonnement hasardeux qui tomber par magie sur le bon résultat. Ces candidats sont alors systématiquement sanctionnés.
3. Peu de candidats ont vu qu'ils pouvaient utiliser les résultats démontrés dans la question 2.
4. Comme à la question précédente, peu sont ceux ayant compris comment utiliser la question 2 pour obtenir sans calcul les résultats. En revanche, beaucoup de raisonnements ont été correctement menés pour (re)-trouver les valeurs de $P(T_3 = 2)$ et $P(T_3 = 3)$, malgré la perte de temps que cela occasionnait.

Partie B

5. Peu ont obtenu le bon résultat. On attendait une discussion brève sur les valeurs extrêmes possibles de $S_k(\Omega)$.
6. (a) La question, qui était ici surtout pour guider les questions suivantes, a été bien traitée
(b) Seules les bonnes copies abordent la question, et répondent bien dans l'ensemble.
7. (a) Beaucoup tentent de prendre les points de cette question de cours, mais certains remplacent la somme par un produit.
(b) Quelques récurrences sont rencontrées, quelques sommes télescopiques repérées. Les candidats ont souvent sauté la question.
(c) Cette question a souvent été traitée, même lorsque les questions précédentes avaient été sautées. La plupart des récurrences étaient correctes et bien rédigées.
8. (a) L'égalité est souvent devinée par les bonnes copies, mais seule une implication n'est justifiée en général.
(b) Peu abordé.
9. La question est rarement abordée.
10. Beaucoup essaient d'obtenir les points à cette question. Parmi ceux qui essaient sérieusement, beaucoup sentent ou savent qu'il faut faire attention avec les équivalents, mais nombreux finissent quand même à passer à l'équivalent dans l'exponentielle pour conclure.

Partie C

11. Ceux qui ont eu le temps d'aborder cette question s'en sortent souvent bien. On remarque cependant que beaucoup de calculs ont lieu directement sur les sommes infinies comme s'il s'agissait de sommes finies.
12. Rarement abordée.
13. Rarement abordée.
14. La plupart des candidats essaie, mais beaucoup semblent écrire des instructions totalement au hasard. Peu de candidats parviennent finalement à écrire les trois lignes correctes.
15. Trop peu de candidats répondent sérieusement, ce qui est dommage, vu la simplicité de ces deux questions.